

SECTION 1 (Questions de cours) objectif : Évaluer la maîtrise des concepts fondamentaux.

Définir les termes suivants et donner un exemple concret pour chacun :

1. Permutation d'un ensemble de n éléments.
2. Factorielle d'un entier positif n .
3. Combinaison de n éléments pris k à la fois.
4. Arrangement de n éléments pris k à la fois.
5. Probabilité conditionnelle.

Expliquez la différence fondamentale entre une combinaison et un arrangement. Dans quelles situations concrètes utilise-t-on l'une plutôt que l'autre ? Donnez un exemple pour chaque cas.

Établissez les relations qui existent entre les formules des permutations, des arrangements et des combinaisons. Comment peut-on passer d'une formule à l'autre ?

Dans quelle(s) situation(s) recommanderiez-vous d'utiliser la loi normale, et dans quelle(s) situation(s) utiliseriez-vous la loi binomiale ? Justifiez votre réponse.

SECTION 2 (Texte à trous et QCM) Partie A – Texte à trous

Complétez les phrases avec les mots ou expressions appropriés : plusieurs réponses sont possibles

1. La factorielle de 6, notée $6!$, est égale à _____.
2. Le nombre de permutations possibles des lettres du mot "MATH" est égal à _____.
3. Le nombre de façons de choisir 3 éléments parmi 8, sans tenir compte de l'ordre, est égal à $C(8,3) =$ _____.
4. Le nombre d'arrangements possibles de 4 objets pris parmi 7 objets distincts est égal à $A(7,4) =$ _____.

Partie B – QCM

Cochez la bonne réponse (une seule correcte par question) :

1. La valeur de la factorielle $7!$ est : A) 5040 B) 720 C) 5760 D) 2520
2. Le nombre de façons de former un comité de 4 personnes parmi 10 personnes est : A) 40 B) 210 C) 151200 D) 10000

3. Le nombre d'arrangements possibles de 3 objets choisis parmi 7 objets distincts est : A) 35 B) 210 C) 5040 D) 840
4. Une anagramme est une permutation des lettres d'un mot. Le nombre d'anagrammes du mot "STATISTIQUE" est : A) 11! B) $11!/2!$ C) $11!/(2!2!2!)$ D) $11!/(2!3!)$
5. Si on lance une pièce équilibrée 8 fois, la probabilité d'obtenir exactement 3 faces est : A) $C(8,3) \times (1/2)^8$ B) $C(8,3) \times (1/2)^3 \times (1/2)^5$ C) $C(8,3) \times (1/2)^3 \times (1/2)^{8-3}$ D) $3/8$

SECTION 3 (Étude de cas storytelling - Loi normale)

Contexte : Vous êtes ingénieur qualité dans une usine de fabrication de pièces mécaniques. Le diamètre des rondelles produites suit une loi normale de moyenne 25 mm et d'écart-type 0,2 mm. Les rondelles sont considérées comme défectueuses si leur diamètre est inférieur à 24,4 mm ou supérieur à 25,6 mm.

Mise en situation : Un client important souhaite une commande spéciale où les tolérances sont plus strictes : les rondelles ne doivent pas avoir un diamètre inférieur à 24,6 mm ou supérieur à 25,4 mm. Vous devez évaluer si votre processus de production actuel peut satisfaire cette demande avec un taux de défauts acceptable.

Questions :

1. Calculez la probabilité qu'une rondelle soit défectueuse selon les critères habituels (diamètre < 24,4 mm ou > 25,6 mm). Indiquez la démarche et utilisez la table de la loi normale centrée réduite.
2. Calculez la probabilité qu'une rondelle ne réponde pas aux exigences du client spécial (diamètre < 24,6 mm ou > 25,4 mm). Même consigne que précédemment.
3. Si vous produisez 10 000 rondelles, combien pouvez-vous vous attendre à devoir rejeter pour la commande spéciale ? Est-ce acceptable si le taux de rejet maximal toléré est de 5% ?

Indications : Utiliser les pourcentages 68%, 95% et 99,7% pour 1, 2 ou 3 écarts types autour de la moyenne.

SECTION 4 (Exercices de calcul et mini-cas)

Partie A – Exercices de calcul (2 points)

1. Calculez : a) $8!$ b) $P(7)$ (nombre de permutations de 7 éléments) c) $A(9,3)$ (nombre d'arrangements de 9 éléments pris 3 à la fois) d) $C(12,5)$ (nombre de combinaisons de 12 éléments pris 5 à la fois)
2. Dans un groupe de 8 personnes, de combien de façons peut-on : a) Choisir un président et un secrétaire ? b) Former un comité de 3 personnes ? c) Classer toutes ces personnes par ordre de préférence ?

Partie B – Mini-cas (3 points)

Contexte : Vous travaillez pour une entreprise de transport qui gère une flotte de 20 véhicules, dont 12 sont des véhicules électriques et 8 sont des véhicules à essence. Parmi les véhicules électriques, 4 sont des modèles haut de gamme, tandis que 3 des véhicules à essence sont des modèles haut de gamme.

Questions :

1. Si on choisit au hasard un véhicule de la flotte, quelle est la probabilité qu'il soit électrique ?
2. Sachant qu'on a choisi un véhicule haut de gamme, quelle est la probabilité qu'il soit électrique ?
3. On sélectionne aléatoirement 3 véhicules de la flotte (sans remise). Quelle est la probabilité qu'ils soient tous électriques ?
4. On constitue une équipe de 5 véhicules pour un projet spécial. Combien d'équipes différentes peut-on former ? Quelle est la probabilité qu'une équipe choisie au hasard contienne exactement 3 véhicules électriques ?

SECTION 5 (Mini-cas sur les dénombrements)

Contexte : Une boutique de glaces artisanales propose 14 parfums différents. Les clients peuvent composer leur propre coupe de glace en choisissant de 1 à 3 boules.

Questions :

1. Un client souhaite commander une coupe avec 3 boules de parfums différents. Combien de possibilités de choix a-t-il ?

2. Si l'ordre dans lequel les boules sont placées dans la coupe importe (présentation visuelle), combien y a-t-il de façons différentes de composer une coupe de 3 boules avec des parfums différents ?
3. La boutique souhaite créer un menu spécial comprenant 6 coupes signature, chacune composée de 2 parfums différents. Combien de coupes signature différentes peuvent être créées ?
4. Pour une dégustation, le pâtissier doit sélectionner 8 parfums parmi les 14 disponibles. Combien de sélections différentes peut-il faire ?
5. Le propriétaire de la boutique souhaite classer ses 14 parfums par ordre de popularité. Combien de classements différents sont possibles ?
6. Parmi les 14 parfums, 5 sont à base de fruits, 4 sont à base de chocolat et 5 sont à base de crème ou de vanille. a) Si on choisit au hasard un parfum, quelle est la probabilité d'obtenir un parfum à base de fruits ? b) Un client commande une coupe de 2 boules de parfums différents. Quelle est la probabilité que les deux parfums soient à base de chocolat ? c) Quelle est la probabilité d'avoir exactement un parfum à base de fruits dans une coupe de 3 boules de parfums différents choisie au hasard ?